

## PROBABILIDADES

Historicamente, a teoria da probabilidade começou com o estudo de jogos de azar, como a roleta e as cartas.

O cálculo das probabilidades nos permite encontrar um número que mostra a chance de ocorrência do resultado desejado num experimento aleatório.

### Experimentos Aleatórios

Experimentos aleatórios são aqueles que, repetidos em idênticas condições, podem fornecer resultados diferentes.

É qualquer experimento cujo resultado depende exclusivamente do acaso.

Fenômenos aleatórios acontecem constantemente em nossa vida diária. São frequentes perguntas tais como: choverá amanhã? Qual será a temperatura máxima no próximo domingo? Qual será o número de ganhadores da Loteria Esportiva?

### Espaço Amostral

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. A notação que vamos usar é  $S$ .

### Evento

É o conjunto dos resultados desejados num experimento.

É qualquer subconjunto do espaço amostral  $S$ .

### Exemplo

Lance uma moeda e um dado; seja  $S$  o espaço amostral constituído dos doze elementos :

$$S = \{ K1, K2, K3, K4, K5, K6, R1, R2, R3, R4, R5, R6 \}$$

(i) Escreva explicitamente os seguintes eventos :  $A = \{\text{caras e um número par aparecem}\}$ ,  $B = \{\text{um número primo aparece}\}$ ,  $C = \{\text{coroas e um número ímpar aparecem}\}$ .

(ii) Idem, o evento em que : (a)  $A$  ou  $B$  ocorre, (b)  $B$  e  $C$  ocorrem, (c) somente  $B$  ocorre.

(iii) Quais dos eventos  $A$ ,  $B$  e  $C$  são mutuamente exclusivos ?

(i) Para obter  $A$ , escolhamos os elementos de  $S$  constituídos de um  $K$  e um número par :  $A = \{K2, K4, K6\}$ .

Para obter  $B$ , escolhamos os pontos de  $S$  constituídos de números primos :  
 $B = \{K2, K3, K5, R2, R3, R5\}$

Para obter  $C$ , escolhamos os pontos de  $S$  constituídos de um  $R$  e um número ímpar :  
 $C = \{R1, R3, R5\}$ .

(ii) (a)  $A$  ou  $B = A \cup B = \{K2, K4, K6, K3, K5, R2, R3, R5\}$ .

$$(b) \quad B \cap C = B \cap C = \{R3, R5\}.$$

$$(c) \quad \text{Escolhamos os elementos de } B \text{ que não estão em } A \text{ ou } C : \\ B \cap A^c \cap C^c = \{K3, K5, R2\}$$

(iii)  $A$  e  $C$  são mutuamente exclusivos, porque  $A \cap C = \emptyset$

### **Conceito de probabilidade**

A definição de probabilidade como quociente do número de “casos favoráveis” sobre o número de “casos possíveis” foi a primeira definição formal de probabilidade, e apareceu pela primeira vez em forma clara na obra *Liber de Ludo Aleae* de Girolamo Cardano (1501-1576).

Se num fenômeno aleatório as possibilidades são equiprováveis, então a probabilidade de ocorrer um evento  $E$  –  $p(E)$  – é:

$$P(E) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

Por exemplo, no lançamento de um dado, um número par pode ocorrer de 3 maneiras diferentes dentre 6 “igualmente prováveis”, portanto,  $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$

### **Espaço Equiprovável**

Dizemos que um espaço amostral  $E$  (finito) é equiprovável quando seus eventos elementares têm probabilidades iguais de ocorrência.

Assim, no experimento do lançamento de uma moeda e observação da face superior, o espaço amostral  $E = \{K, R\}$  é equiprovável se  $P(K) = 1/2$  e  $P(R) = 1/2$ .

Em geral, num espaço amostral, com  $n$  elementos, a probabilidade de um evento elementar é sempre igual ao quociente  $1/n$ .

Ainda: num espaço amostral  $E$ , equiprovável, de  $n$  elementos, a probabilidade de evento formado por 2 elementos é  $2/n$ , a probabilidade de um evento com 3 elementos é  $3/n$  e assim por diante, a probabilidade de um evento com  $k$  elementos é  $k/n$  (com  $k \leq n$ ).

Em conclusão:

Num espaço amostral equiprovável  $E$  (finito), a probabilidade de ocorrência de um evento  $A$  é sempre:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } E} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

### **Propriedades importantes:**

1) Se  $A$  e  $\bar{A}$  são eventos complementares, então:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

2) A probabilidade de um evento é sempre um número entre 0 (probabilidade de evento impossível) e 1 (probabilidade do evento certo).

$$0 \leq p(E) \leq 1$$

### **Probabilidade Condicional**

É muito comum que, antes da realização de um experimento, já se saiba alguma informação sobre o evento cuja ocorrência é desejada. Nesse caso o espaço amostral se modifica e o evento tem a sua probabilidade de ocorrência alterada.

*Definição.* Seja  $S$  um espaço amostral e sejam  $A$  e  $B$  dois eventos de  $S$ . Chama-se Probabilidade Condicional do evento  $B$ , a probabilidade do evento  $B$  ocorrer, sabendo que o evento  $A$  já ocorreu.

*Fórmula da probabilidade condicional:*

$$p(E_1 \text{ e } E_2 \text{ e } E_3 \text{ e } \dots \text{ e } E_{n-1} \text{ e } E_n) = p(E_1) \cdot p(E_2/E_1) \cdot p(E_3/E_1 \text{ e } E_2) \cdot \dots \cdot p(E_n/E_1 \text{ e } E_2 \text{ e } \dots \text{ e } E_{n-1}),$$

Onde:

$p(E_2/E_1)$  é a probabilidade de ocorrer  $E_2$ , condicionada ao fato de já ter ocorrido  $E_1$ ;

$p(E_3/E_1 \text{ e } E_2)$  é a probabilidade de ocorrer  $E_3$ , condicionado ao fato de já terem ocorrido  $E_1$  e  $E_2$ ;

$p(E_n/E_1 \text{ e } E_2 \text{ e } \dots \text{ e } E_{n-1})$  é a probabilidade de ocorrer  $E_n$ , condicionada ao fato de já terem ocorrido  $E_1$  e  $E_2$  e  $\dots$  e  $E_{n-1}$

*Exemplo.*

Uma urna tem trinta bolinhas, sendo dez brancas e vinte pretas. Se sortearmos duas bolas, uma de cada vez e sem reposição, qual será a probabilidade de a primeira ser branca e a segunda ser preta?

*Resolução:*

Seja o espaço amostral  $S$ : {30 bolinhas} e consideremos os seguintes eventos:

$A$ : branca na primeira retirada e  $P(A) = 10/30$

$B$ : preta na segunda retirada e  $P(B) = 20/29$

Assim:

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B/A) = 10/30 \cdot 20/29 = 20/87$$

### **Eventos Independentes**

Dizemos que  $E_1$  e  $E_2$  e  $\dots$  e  $E_{n-1}$ ,  $E_n$  são eventos independentes quando a probabilidade de ocorrer um deles não depende do fato de os outros terem ou não terem ocorrido.

*Fórmula da probabilidade dos eventos independentes:*

$$p(E_1 \text{ e } E_2 \text{ e } E_3 \text{ e } \dots \text{ e } E_{n-1} \text{ e } E_n) = p(E_1) \cdot p(E_2) \cdot p(E_3) \cdot \dots \cdot p(E_n)$$

*Exemplo.*

Uma urna tem trinta bolinhas, sendo dez brancas e vinte pretas. Se sortearmos duas bolas, uma de cada vez e repondo a sorteada na urna, qual será a probabilidade de a primeira ser branca e a segunda ser preta?

Numa urna há quatro bolas brancas e seis bolas pretas. Qual é a probabilidade de retirarmos sucessivamente uma branca e uma preta, com reposição?

*Resolução:*

*Como os eventos são independentes, a probabilidade de sair branca na primeira retirada e preta na segunda retirada é igual ao produto das probabilidades de cada condição, ou seja,  $P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B)$ . Ora, a probabilidade de sair branca na primeira retirada é  $10/30$  e a de sair preta na segunda retirada é  $20/30$ . Daí, usando o teorema do produto, temos:  $10/30 \cdot 20/30 = 2/9$ .*

*Observe que na segunda retirada foram consideradas todas as bolas, pois houve reposição. Assim,  $P(B/A) = P(B)$ , porque o fato de sair bola branca na primeira retirada não influenciou a segunda retirada, já que ela foi repostada na urna.*

*Quando isso ocorre, dizemos que os eventos são independentes, ou seja, a ocorrência de um não influencia a ocorrência do outro.*

### **Probabilidade de ocorrer a união de eventos**

1. Fórmula da probabilidade de ocorrer a união de eventos:

$$p(E_1 \text{ ou } E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \text{ e } E_2)$$

*De fato, se existirem elementos comuns a  $E_1$  e  $E_2$ , estes elementos estarão computados no cálculo de  $P(E_1)$  e  $P(E_2)$ . Para que sejam considerados uma vez só, subtraímos  $P(E_1 \text{ e } E_2)$ .*

2. Fórmula da probabilidade de ocorrer a união de eventos mutuamente exclusivos:

$$p(E_1 \text{ ou } E_2 \text{ ou } E_3 \text{ ou } \dots \text{ ou } E_n) = p(E_1) + p(E_2) + \dots + p(E_n)$$

*Exemplo 1.*

*Se lançarmos um dado verde e um azul, qual a probabilidade de sair 5 no azul ou 3 no verde?*

*Resolução:*

*Considere os eventos:*

*A: tirar 5 no dado azul e  $P(A)=1/6$  ; B: tirar 3 no dado verde e  $P(B)=1/6$*

*Sendo S o espaço amostral de todos os possíveis resultados, temos:  $n(S)=6 \cdot 6=36$  possibilidades*

*Daí, temos:  $P(A \text{ ou } B)=1/6 + 1/6 - 1/36 = 11/36$*

*Exemplo 2.*

*Se retirarmos aleatoriamente uma carta de um baralho com 52 cartas, qual é a probabilidade de ser um 7 ou um ás?*

*Resolução:*

*Sendo S o espaço amostral de todos os resultados possíveis, temos:  $n(S)= 52$  cartas*

*Considere os eventos:*

*A: sair 7 e  $P(A) = 4/52$*

*B: sair um ás e  $P(B)= 4/52$*

*Assim,  $P(A \text{ ou } B) = 4/52 + 4/52 - 0 = 8/52 = 2/13$*

*Note que  $P(A \text{ e } B) = 0$ , pois uma carta não pode ser 7 e ás ao mesmo tempo. Quando isso ocorre dizemos que os eventos A e B são mutuamente exclusivos.*

### Testes Resolvidos:

1) De um total de 100 alunos que se destinam aos cursos de Matemática, Física e Química, sabe-se que:

I - 30 destinam-se à Matemática e, destes, 20 são do sexo masculino;

II - Total de alunos do sexo masculino é 50, dos quais 10 destinam-se à Química;

III - Existem 10 moças que se destinam ao curso de Química;

Nestas condições, sorteando-se um aluno, ao acaso, do grupo total e sabendo-se que é do sexo feminino, a probabilidade de que ele se destine ao curso de Matemática vale:

- a) 1/5      b) 1/4      c) 1/3      d) 1/2      e) 1

Resolução:

	MASC.	FEM.	TOTAL
MATEMÁTICA	20	10	30
FÍSICA	20	30	50
QUÍMICA	10	10	20
TOTAL	50	50	100

Evento A : total de alunos do sexo feminino e do curso de Matemática

Espaço Amostral S: total de alunos do sexo feminino

Analisando a tabela, temos:  $n(A) = 10$  e  $n(s) = 50$

Ora, usando a definição de probabilidades  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ , temos :

$$P(A) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

Resposta: (a)

2) Dada a equação do 2º grau  $x^2 + bx + 5 = 0$  e escolhendo-se ao acaso o número  $b$  no conjunto  $\{-12, -11, -8, 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , a probabilidade de que a equação admita raízes reais é:

- a) 65%      b) 60%      c) 55%      d) 50%      e) 45%

Resolução:

Para que a equação do 2º grau  $x^2 + bx + 5 = 0$  tenha raízes reais, devemos ter  $b^2 - 4ac$ , onde  $a=1$ ,  $b=b$  e  $c=5$ .

Isto posto,  $b^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 \geq 0$  ou  $b^2 \geq 20$ . Ora, os números do espaço amostral  $S = \{-12, -11, -8, 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , com  $n(s)=10$ , que elevados ao quadrado resultam maior ou igual a 20, são  $-12, -11, -8, 5, 6$  e 7. Portanto,  $A = \{-12, -11, -8, 5, 6, 7\}$  e  $n(A)=6$ . Logo, usando a definição de probabilidades, temos:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{10} \text{ ou } P(A) = 60\%$$

Resposta: (b)

3) Ao se tentar abrir uma porta com um chaveiro contendo cinco chaves parecidas, das quais apenas uma destranca a referida porta, muitas pessoas acreditam que é mínima a chance de encontrar a chave certa na primeira tentativa, e chegam mesmo a dizer que essa chave só vai aparecer na última tentativa. Para esclarecer essa questão, calcule, no caso de um chaveiro contendo 5 chaves:

- a) a probabilidade de se acertar na primeira tentativa
- b) a probabilidade de se encontrar a chave certa depois da primeira tentativa
- c) a probabilidade de se acertar somente na última tentativa

Resolução:

a) Na primeira tentativa, temos:  $P(A) = \frac{1}{5}$

b) Após a primeira tentativa, temos:  $P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

c) Na última tentativa, temos:  $P(C) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{5}$

4) Considere dois pequenos tetraedros regulares com suas faces numeradas de 1 a 4. Lançando aleatoriamente os dois tetraedros sobre uma mesa, qual a probabilidade de que as faces em contato com a mesa:

- a) tenhamos números iguais
- b) tenhamos soma 4?

Resolução:

A tabela abaixo mostra o Espaço amostral para os 2 tetraedros:

	1	2	3	4
1	1,1	1,2	1,3	1,4
2	2,1	2,2	2,3	2,4
3	3,1	3,2	3,3	3,4
4	4,1	4,2	4,3	4,4

→  $n(S) = 16$

Pelo princípio multiplicativo, temos que :  $n(S) = 4 \cdot 4 = 16$

a) números iguais @ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4) @  $n(A) = 4$

Usando a definição de probabilidades, temos:  $P = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

b) soma 4 @ (3,1), (2,2), (1,3) @  $n(B) = 3$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{16}$

5) Quatro atiradores atiram simultaneamente em um alvo. Qual a probabilidade aproximada do alvo ser atingido, sabendo-se que cada atirador acerta, em média, 25% de seus tiros?

Resolução :

Notemos que:  $P(\text{alvo ser atingido}) + P(\text{não ser atingido}) = 1$ .

Isto posto, a  $P(\text{alvo ser atingido}) = 1 - P(\text{não ser atingido})$

Como a probabilidade de um atirador acertar o alvo é 25% ou  $\frac{1}{4}$ , a de errar é 75% ou  $\frac{3}{4}$ .

Ora, como os eventos são independentes, aplicando a regra do produto, temos:

$$P(\text{alvo não ser atingido por nenhum dos quatro atiradores}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{81}{256}.$$

$$\text{Logo, } P(\text{alvo ser atingido}) = 1 - \frac{81}{256} = \frac{175}{256}.$$

6) Para a Copa do Mundo 24 países são divididos em seis grupos, com 4 países cada um. Supondo que a escolha do grupo de cada país é feita ao acaso, calcular a probabilidade de que dois países determinados A e B se encontrem no mesmo grupo.

Resolução:

Vamos tomar como espaço amostral o conjunto de todas as permutações de 24 elementos; ou seja o número de casos possíveis é  $24!$ .

Consideremos o diagrama da figura abaixo



que representa os 24 times divididos em 6 grupos. Quantas permutações existem tais que A e B pertencem ao primeiro grupo? A pode ser colocado em quatro lugares; restam para B três lugares e os times restantes podem ser dispostos em  $22!$  formas diferentes. Portanto o número de permutações com A e B no primeiro grupo é

$$4 \times 3 \times 22!$$

Como para os outros grupos o raciocínio é idêntico, resulta que o número de permutações com A e B no mesmo grupo é

$$6 \times 4 \times 3 \times 22!$$

A probabilidade procurada é portanto

$$\frac{6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 22!}{24!} = \frac{3}{23} \approx 0,13$$

7) Alfredo quer enviar uma carta a Gláucia. A probabilidade de que Alfredo escreva a carta é de  $\frac{8}{10}$ . A probabilidade de que o correio não a perca é  $\frac{9}{10}$ . A probabilidade de que o carteiro a entregue é de  $\frac{9}{10}$ . Dado que Gláucia não recebeu a carta, qual a probabilidade de que Alfredo não a tenha escrito?

- a)  $\frac{24}{36}$       b)  $\frac{35}{36}$       c)  $\frac{25}{44}$       d)  $\frac{32}{55}$       e)  $\frac{27}{64}$

Resolução:

A árvore correspondente é dada na figura abaixo:

$$P(\text{n\~{a}o escreve/ n\~{a}o recebe}) = \frac{P(\text{n\~{a}o escreve})}{P(\text{n\~{a}o recebe})} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{2}{10} + \frac{8}{10} \cdot \frac{1}{10} + \frac{8}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10}} = \frac{2}{10} \cdot \frac{1000}{352} = \frac{25}{44}$$

Resposta: (c)

8) Num exame há 3 respostas para cada pergunta e apenas uma delas é certa. Portanto, para cada pergunta, um aluno tem probabilidade 1/3 de escolher a resposta certa se ele está adivinhando e 1 se sabe a resposta. Um estudante sabe 30% das respostas do exame. Se ele deu a resposta correta para uma das perguntas, qual a probabilidade de que a adivinhou?

- a) 5/7      b) 5/9      c) 7/ 12      d) 7/16      e) 7/18

Resolução:

A rvore correspondente  dada na figura abaixo:

p. 134

Ora, se o referido estudante sabe 30% das respostas,  fácil concluir que o mesmo não sabe 70% das respostas do exame.

$$P(\text{adivinhou / resposta correta}) = \frac{70\% \times \frac{1}{3}}{70\% \times \frac{1}{3} + 30\% \times 1} = \frac{0,7 \times \frac{1}{3}}{0,7 \times \frac{1}{3} + 0,3 \times 1} = \frac{7}{16}$$

Resposta: (d)

9. Um juiz de futebol possui três cartões no bolso. Um  todo amarelo, outro  todo vermelho e o terceiro  vermelho de um lado e amarelo do outro. Num determinado lance, o juiz retira, ao acaso, um cartão do bolso e mostra ao jogador. A probabilidade de a face que o juiz v ser vermelha e de a outra face, mostrada ao jogador ser amarela é:

- a) 1/2      b) 2/5      c) 1/5      d) 2/3      e) 1/6

Resolução:

Sejam :

Espaço amostral  $S$ : { cartão amarelo, cartão vermelho, cartão amarelo e vermelho }

Evento  $A$ : cartão com as duas cores

Evento  $B$ : face vermelha para o juiz, tendo ocorrido o cartão de duas cores (evento  $A$ )

Como vimos na teoria,  $P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B/A)$ , onde:

$$P(A) = \frac{1}{3} \text{ e } P(B/A) = \frac{1}{2} \text{ (é a probabilidade de ocorrer } B \text{ , condicionada ao fato de já ter ocorrido } A \text{)}$$

Logo , temos:

$$P(A \text{ e } B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Resposta: (e)

10. Em uma cidade 10% das pessoas possuem carro importado. Dez pessoas dessa cidade são selecionadas ao acaso e com reposição. A probabilidade de que exatamente 7 das pessoas selecionadas possuam carro importado é:

a)  $120(0,1)^7(0,9)^3$     b)  $(0,1)^3(0,9)^7$     c)  $120(0,1)^7(0,9)$     d)  $120(0,1)(0,9)^7$     e)  $(0,1)^7(0,9)^3$

Resolução:

A probabilidade de que uma determinada pessoa desta cidade possua carro importado é 10% ou 0,1. Com efeito, a probabilidade de que esta pessoa não possua carro importado é 90% ou 0,9. Daí, como são selecionadas 10 pessoas, a probabilidade de que as 7 primeiras pessoas possuam carro importado e as três últimas não possuam é:  $(0,1)^7 \cdot (0,9)^3$

Como o problema não exige necessariamente que sejam as sete primeiras pessoas que possuam carro importado,

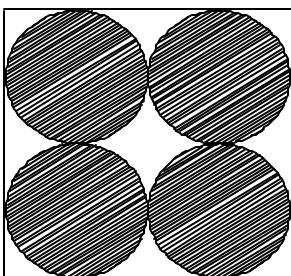
bastando que sejam exatamente 7 dentre as 10 selecionadas , temos  $\binom{10}{7}$  possibilidades, ou seja, 120.

Portanto, a probabilidade solicitada é  $120 \cdot (0,1)^7(0,9)^3 = 0,000032\%$

Resposta: (a)

### Questões de Probabilidade da UFRGS

1. A figura abaixo representa uma parede quadrada na qual estão pintados discos de raio  $r$ . Se uma bola é lançada totalmente ao acaso contra a parede, a probabilidade de ela tocar fora dos discos está entre
- a) 14% e 16%    b) 17% e 19%    c) 20% e 22%    d) 23% e 25%    e) 26% e 28%



2. As máquinas A e B produzem o mesmo tipo de parafuso. A porcentagem de parafusos defeituosos produzidos, respectivamente, pelas máquinas A e B é de 15% e de 5%. Foram misturados, numa caixa, 100 parafusos produzidos por

A e 100 parafusos produzidos por B. Se tirarmos um parafuso ao acaso e ele for defeituoso, a probabilidade de que tenha sido produzido pela máquina A é de

- a) 10%                      b) 15%                      c) 30%                      d) 50%                      e) 75%

3. Em uma gaveta, cinco pares diferentes de meias estão misturados. Retirando-se ao acaso duas meias, a probabilidade de que elas sejam do mesmo par é de

- a) 1/10                      b) 1/9                      c) 1/5                      d) 2/5                      e) 1/2

4. Uma parteira prevê, com 50% de chance de acerto, o sexo de cada criança que vai nascer. Num conjunto de três crianças, a probabilidade de ela acertar pelo menos duas previsões é de

- a) 12,5%                      b) 25%                      c) 37,5%                      d) 50%                      e) 66,6%

5. Dentre um grupo formado por dois homens e quatro mulheres, três pessoas são escolhidas ao acaso. A probabilidade de que sejam escolhidos um homem e duas mulheres é de

- a) 25%                      b) 30%                      c) 33%                      d) 50%                      e) 60%

6. No jogo da Mega Sena são sorteados seis números distintos dentre os que aparecem na figura.

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

Considere P a probabilidade de que nenhum número sorteado em um concurso seja sorteado no concurso seguinte. Dentre as alternativas abaixo, a melhor aproximação para P é

- a) 90%                      b) 80%                      c) 70%                      d) 60%                      e) 50%

1. RESOLUÇÃO. Seja A o evento “acertar a bola na área da parede não comum a área dos quatro discos nela representados”. A área  $A_1$  relativa ao evento A é expressa pela área  $A_2$  do quadrado menos a área  $A_3$  dos quatro círculos. Portanto,  $A_1 = A_2 - A_3$  ou  $A_1 = (2r + 2r)^2 - 4 \cdot \pi r^2$  ou  $A_1 = 16r^2 - 4\pi r^2$  ou  $A_1 = 4r^2 (4 - \pi)$ . Lembrando que a probabilidade de ocorrer um evento é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis à sua ocorrência e o número de casos possíveis, temos que a probabilidade de ocorrer o evento A corresponde ao quociente entre a área  $A_1$  de ocorrência do evento A e a área

total (possível)  $A_2$ . Com isso, escreve-se  $P(A) = \frac{4r^2(4 - \pi)}{16r^2}$  ou  $P(A) = \frac{4 - \pi}{4}$ . Considerando  $\pi = 3,14$ ,

obtem-se  $P(A) = \frac{4 - 3,14}{4}$  ou  $P(A) = 0,215$  ou  $P(A) = 21,5\%$ . Logo, a probabilidade procurada

está entre 20% e 22%. RESPOSTA. (c)

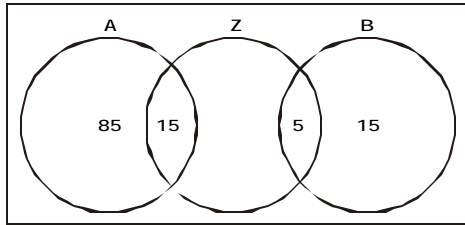
2. RESOLUÇÃO. Trata-se da aplicação da probabilidade condicional. Sejam os eventos:

$X = \{x|x \text{ é parafuso produzido pela máquina A com ou sem defeito}\}$  e  $n(X) = 100$  dos quais 15%

são defeituosos, ou seja, 15.

$Y = \{y|y \text{ é parafuso produzido pela máquina B com ou sem defeito}\}$  e  $n(Y) = 100$  dos quais 5% são defeituosos, ou seja 5.

$Z = \{\text{parafuso defeituoso produzido pela máquina A ou pela máquina B}\}$  e  $n(Z) = 15 + 5$  ou  $n(Z) = 20$ .



O diagrama acima mostra claramente que  $n(A \cap Z) = 15$ . Assim, aplicando o cálculo da probabilidade condicional  $P(A / Z) = \frac{n(A \cap Z)}{n(Z)}$ , temos  $P(A/Z) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$  ou  $P(A/Z) = 75\%$ . Logo, 75% é a probabilidade que o parafuso tenha sido produzido pela máquina A.

RESPOSTA. (e)

3. RESOLUÇÃO. Cinco pares de meias estão misturados na gaveta, havendo portanto, 10 meias. O espaço amostral é  $S = \{x|x \text{ é dupla de meias}\}$  e  $n(S) = C_{10}^5 = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2}$  ou  $n(S) = 45$ . Seja o evento  $A = \{x|x \text{ é dupla de meias do mesmo par}\}$  e  $n(A) = 5$  pois o enunciado afirma que são cinco diferentes pares de meias. Lembrando que  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ , temos  $P(A) = \frac{5}{45}$  ou  $P(A) = \frac{1}{9}$ . Logo,  $\frac{1}{9}$  é a probabilidade das meias serem do mesmo par.

RESPOSTA. (b)

### OUTRA RESOLUÇÃO PARA A QUESTÃO 3

RESOLUÇÃO. Seja  $P$  a probabilidade procurada. Quando retirarmos uma meia, do total das 10 disponíveis (5 pares), só existirá uma meia, entre as 9 restantes, que formará par com a meia retirada. Portanto a probabilidade de ser retirada a meia que forma o referido par é  $P = \frac{1}{9}$ .

RESPOSTA. (b)

4. RESOLUÇÃO. Seja  $P$  a probabilidade procurada e sejam os eventos  $A = \{\text{acertar o sexo da criança por ocasião de seu nascimento}\}$  e  $\bar{A} = \{\text{errar o sexo da criança por ocasião de seu nascimento}\}$ . Sendo dado  $P(A) = 1/2$  e aplicando a propriedade  $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ , temos  $1/2 + P(\bar{A}) = 1$  ou  $P(\bar{A}) = 1/2$ . Tratam-se de eventos independentes e, para um conjunto de três crianças, o que pode ocorrer para a parteira acertar, pelo menos, duas previsões é  $AA\bar{A}$  ou  $A\bar{A}A$  ou  $\bar{A}AA$  ou  $AAA$ . Assim, aplicando a regra do produto, vem

$$P = P(A) \cdot P(A) \cdot P(\bar{A}) + P(A) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(A) + P(\bar{A}) \cdot P(A) \cdot P(A) + P(A) \cdot P(A) \cdot P(A)$$

$$P = 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 + 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 + 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 + 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 \quad \text{ou} \quad P = 4 \cdot 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 \quad \text{ou} \quad P = 1/2$$

ou  $P = 50\%$ .

RESPOSTA. (d)

5. RESOLUÇÃO. Trata-se da aplicação da definição de probabilidade  $P(A) = n(A)/n(S)$ , onde  $n(A)$  é o número de casas favoráveis e  $n(S)$  é o número de casos possíveis. O espaço amostral é  $S = \{x | x \text{ é grupo}$

de três pessoas}, sendo disponíveis dois homens e quatro mulheres, totalizando seis pessoas. A ordem que as pessoas figuram no grupo, não altera o mesmo, tratando-se portanto, de um caso de combinações simples, onde somente o critério NATUREZA interessa. Assim,  $n(S) = C_6^3$  ou  $n(S) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3}$  ou  $n(S) = 20$ . O evento é  $A = \{y \mid y \text{ é grupo de três pessoas formado por 1 homem e 2 mulheres}\}$  e  $n(A) = C_2^1 \cdot C_4^2$  ou  $n(A) = \frac{2 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 1 \cdot 2}$  ou  $n(A) = 12$ . Isso posto,  $P(A) = \frac{12}{20}$  ou  $P(A) = 60\%$ . Logo, a probabilidade procurada é 60%.

RESPOSTA. (e)

6. RESOLUÇÃO. O número de elementos do espaço amostral (número de casos possíveis) para o sorteio do 1º. número é 60 e o número de elementos do evento (número de casos favoráveis) é  $60 - 6 = 54$ , pois não são considerados os seis números sorteados no concurso anterior. O espaço amostral para o sorteio do 2º. número é 59, pois já foi visto que número sorteado fica eliminado do mesmo concurso, conseqüentemente, o número de elementos do evento fica reduzido de uma unidade, passando para 53. Isso posto, procede-se de forma idêntica até o sexto número a ser sorteado, permitindo escrever que  $P = \frac{54}{60} \cdot \frac{53}{59} \cdot \frac{52}{58} \cdot \frac{51}{57} \cdot \frac{50}{56} \cdot \frac{49}{55}$ . Veja que a divisão  $\frac{54}{60}$  resulta 0,9 e as divisões  $\frac{53}{59}$ ,  $\frac{52}{58}$ ,  $\frac{51}{57}$ ,  $\frac{50}{56}$ ,  $\frac{49}{55}$  resultam em 0,89 ou, aproximadamente 0,9 o que permite escrever  $P = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9$  ou

$$P = (0,9)^6 \text{ ou } P = \left(\frac{9}{10}\right)^6 \text{ ou } P = \frac{9^3 \cdot 9^3}{1000000} \text{ ou } P = \frac{729 \cdot 729}{1000000} \text{ ou } P = \frac{531441}{1000000} \text{ ou } P = \frac{53,14441}{100} \text{ ou } P = 53,14\%.$$

Logo, a melhor aproximação para P é 50%.

OBSERVAÇÃO. Se os cálculos fossem efetuados com auxílio da calculadora eletrônica, seria obtido  $P = 51,5\%$ . A problemática é que, na UFRGS, não é permitido a utilização de tal recurso.

RESPOSTA. (e)

## **Grupo de Matemática-Probabilidades-Professor Cristiano**

### **Testes de Aula**

#### **Facéis**

1. Para ter acesso a um determinado programa de computador o usuário deve digitar uma senha composta por 4 letras distintas. Supondo que o usuário saiba quais são essas 4 letras mas não saiba a ordem correta em que devem ser digitadas, qual a probabilidade desse usuário conseguir acesso ao programa numa única tentativa?

a)  $\frac{1}{4}$  b)  $\frac{1}{12}$  c)  $\frac{1}{16}$  d)  $\frac{1}{24}$  e)  $\frac{1}{256}$

2. A prova de Matemática da Ufrgs é formada por 30 questões, cada uma com cinco opções de resposta, das quais apenas uma é correta. O professor Miguel propõe-se a fazer a prova e vê-se obrigado a "chutar" a resposta de cada uma das questões. A probabilidade do referido professor acertar toda a prova é

a)  $\frac{1}{5^{23}}$  b)  $\frac{1}{4^{25}}$  c)  $\frac{1}{5^{30}}$  d)  $\frac{1}{5}$  e) zero, pois o professor Miguel é muito azarado

3. Numa cidade, 400 pessoas foram classificadas, segundo sexo e estado civil, de acordo com a tabela:

	Solteiro	Casado	Divorciado	Viúvo
Masculino	50	60	40	30
Feminino	150	40	10	20

Uma pessoa é escolhida ao acaso para uma pesquisa. Qual a probabilidade de:

a) A pessoa ser solteira, sabendo que é do sexo masculino?

b) A pessoa ser do sexo feminino, sabendo que ela é divorciada?

4. Foram preparadas noventa empadinhas de camarão; sessenta delas deveriam ser bem mais apimentadas. Por pressa e confusão de última hora, foram todas colocadas ao acaso, numa mesma travessa, para serem servidas. A probabilidade de alguém retirar uma empadinha mais apimentada é:

a)  $1/3$  b)  $1/2$  c)  $1/60$  d)  $2/3$  e)  $1/90$

5. As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando um pênalti são, respectivamente,  $1/2$ ,  $2/5$  e  $5/6$ . Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de todos errarem é igual a:

a) 3 % b) 5 % c) 17 % d) 20 % e) 25 %

6. Suponha haver uma probabilidade de 20% para uma caixa de Microvlar ser falsificada. Em duas caixas, a probabilidade de pelo menos uma delas ser falsa é:

a) 4 % b) 16 % c) 20 % d) 36 %

7. Ao lançar um dado muitas vezes, uma pessoa percebeu que a face 6 saía com o dobro de freqüência da face 1, e que as outras faces saíam com a freqüência esperada em um dado não viciado.

Qual a freqüência da face 1?

a)  $1/3$ . b)  $2/3$ . c)  $1/9$ . d)  $2/9$ . e)  $1/12$ .

8. Lançando-se simultaneamente dois dados não viciados, a probabilidade de que suas faces superiores exibam soma igual a 7 ou 9 é:

a)  $1/6$  b)  $4/9$  c)  $2/11$  d)  $5/18$  e)  $3/7$

9. Escolhido ao acaso um elemento do conjunto dos divisores positivos de 60, a probabilidade de que ele seja primo é :

a)  $1/2$  b)  $1/3$  c)  $1/4$  d)  $1/5$  e)  $1/6$

10. (UNESP) Dois dados perfeitos e distinguíveis são lançados ao acaso. A probabilidade de que a soma dos resultados obtidos seja 3 ou 6 é :

a)  $7/18$  b)  $1/18$  c)  $7/36$  d)  $7/12$  e)  $4/9$

**Médios**

1. Em uma gaveta há 12 lâmpadas, das quais 4 estão queimadas. Se três lâmpadas são escolhidas ao acaso e sem reposição, qual a probabilidade de apenas uma das escolhidas estar queimada?

a)  $1/3$  b)  $2/3$  c)  $28/55$  d)  $12/55$  e)  $3/110$

2. Uma urna contém apenas cartões marcados com números de três algarismos distintos, escolhidos de 1 a 9. Se, nessa urna, não há cartões com números repetidos, a probabilidade de ser sorteado um cartão com um número menor que 500 é:

a)  $3/4$ . b)  $1/2$ . c)  $8/21$ . d)  $4/9$ . e)  $1/3$ .

3. Numa gaiola estão 9 camundongos rotulados 1,2,3,...,9. Selecionando-se conjuntamente 2 camundongos ao acaso (todos têm igual possibilidade de ser escolhidos), a probabilidade de que na seleção ambos os camundongos tenham rótulo ímpar é:

a) 0,3777... b) 0,47 c) 0,17 d) 0,2777... e) 0,1333...

4. Tomando-se, ao acaso, uma das retas determinadas pelos vértices de um pentágono regular, a probabilidade de que a reta tomada ligue dois vértices consecutivos é:

a)  $1/2$  b)  $4/5$  c)  $1/5$  d)  $2/5$  e)  $3/5$

5. Considere um cubo e suas arestas. A probabilidade de escolhermos um par de arestas distintas desse cubo e elas serem paralelas entre si é

a)  $2/33$  b)  $5/66$  c)  $1/11$  d)  $4/33$  e)  $3/11$

6. Considere todos os números de cinco algarismos distintos obtidos pela permutação dos algarismos 4, 5, 6, 7 e 8. Escolhendo-se um desses números, ao acaso, a probabilidade dele ser um número ímpar é

a) 1 b)  $1/2$  c)  $2/5$  d)  $1/4$  e)  $1/5$

7. O número de fichas de certa urna é igual ao número de anagramas da palavra VESTIBULAR. Se em cada ficha escrevermos apenas um dos anagramas, a probabilidade de sortearmos uma ficha dessa urna e no anagrama marcado as vogais estarem juntas é

a)  $1/5040$  b)  $1/1260$  c)  $1/60$  d)  $1/30$  e)  $1/15$

8. Um baralho tem 12 cartas, das quais 4 são ases. Retiram-se 3 cartas ao acaso. Qual a probabilidade de haver pelo menos um ás entre as cartas retiradas?

9. Os 36 cães existentes em um canil são apenas de três raças: poodle, dalmata e boxer. Sabe-se que o total de cães das raças poodle e dalmata excede o número de cães da raça boxer em 6 unidades, enquanto que o total de cães das raças dalmata e boxer é o dobro do número dos de raça poodle. Nessas condições, escolhendo-se, ao acaso, um cão desse canil, a probabilidade de ele ser da raça poodle é

a)  $1/4$  b)  $1/3$  c)  $5/12$  d)  $1/2$  e)  $2/3$

10. Um colégio tem 400 alunos. Destes 100 estudam Matemática, 80 estudam Física, 100 estudam Química, 20 estudam Matemática, Física e Química, 30 estudam Matemática e Física, 30 estudam Física e Química, 50 estudam somente Química. A probabilidade de um aluno, escolhido ao acaso, estudar Matemática e Química é:

a)  $1/10$  b)  $1/8$  c)  $2/5$  d)  $5/3$  e)  $3/5$

11. Cada dia que uma pessoa joga numa loteria, ela tem uma probabilidade de ganhar igual a  $1/1000$  independente dos resultados anteriores.

a) Se ela jogar 30 dias, qual a probabilidade de ganhar ao menos uma vez?

**OBSERVAÇÃO:** não é necessário efetuar os cálculos, basta deixá-los indicados.

12. Num país, 10% da população é portadora de um vírus. Um teste para detectar ou não a presença do vírus dá 90% de acertos quando aplicado a portadores e 80% de acertos quando aplicado a não portadores. Qual o percentual de pessoas realmente portadoras do vírus, dentre aquelas que o teste classificou como portadoras?

13. Dois rapazes e duas moças ocupam ao acaso os quatro lugares de um banco. A probabilidade de não ficarem lado a lado duas pessoas do mesmo sexo é:

a)  $1/3$ .      b)  $2/3$ .      c)  $1/2$ .      d)  $3/4$ .      e)  $1/4$ .

14. Uma urna contém bolas numeradas de 1 a 5. Sorteia-se uma bola, verifica-se o seu número e ela é repostada na urna.

Num segundo sorteio, procede-se da mesma forma que no primeiro sorteio. A probabilidade de que o número da segunda bola seja estritamente maior que o da primeira é

a)  $4/5$       b)  $2/5$       c)  $1/5$       d)  $1/25$       e)  $15/25$

15. Um prédio de três andares, com dois apartamentos por andar, tem apenas três apartamentos ocupados. A probabilidade de cada um dos três andares tenha exatamente um apartamento ocupado é :

a)  $2/5$       b)  $3/5$       c)  $1/2$       d)  $1/3$       e)  $2/3$

### Testes para Casa

#### Facéis

1. Imaginemos que uma pessoa esteja fazendo um concurso cuja prova é do tipo "Verdadeiro-ou-Falso". Imaginemos, ainda, que ela, estando despreparada, responde todas as 20 questões na base do "chute". Qual a probabilidade dessa pessoa acertar toda a prova?

2. Um piloto de Fórmula 1 estima que suas chances de subir ao pódio numa dada prova são de 60% se chover no dia da prova e de 20% se não chover. O Serviço de Meteorologia prevê que a probabilidade de chover durante a prova é de 75%. Nessas condições, calcule a probabilidade de que o piloto venha a subir ao pódio.

3. Uma urna contém 4 bolas brancas e 5 bolas pretas. Duas bolas, escolhidas ao acaso, são sacadas dessa urna, sucessivamente e sem reposição. A probabilidade de que ambas sejam brancas vale:

a)  $1/6$       b)  $2/9$       c)  $4/9$       d)  $16/81$       e)  $20/81$

4. Num baralho comum, de 52 cartas, existem quatro cartas "oito". Retirando-se duas cartas desse baralho, sem reposição, qual a probabilidade de se obter um par de "oitos"?

a)  $1/2704$       b)  $1/2652$       c)  $1/1352$       d)  $1/221$       e)  $1/442$

5. Em um campeonato de tiro ao alvo, dois finalistas atiram num alvo com probabilidade de 60% e 70%, respectivamente, de acertar. Nessas condições, a probabilidade de ambos errarem o alvo é:

a) 30 %      b) 42 %      c) 50 %      d) 12 %      e) 25 %

6. A probabilidade de um casal ter um filho do sexo masculino é 0,25. Então a probabilidade do casal ter dois filhos de sexos diferentes é:

- a)  $1/16$       b)  $3/8$       c)  $9/16$       d)  $3/16$       e)  $3/4$

7. A probabilidade de um inteiro  $n$ ,  $1 \leq n \leq 999$ , ser um múltiplo de 9 é:

- a)  $1/999$       b)  $1/10$       c)  $2/9$       d)  $1/3$       e)  $1/9$

8. Uma urna tem 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. Se retirarmos uma bola da urna, a probabilidade de não obtermos a bola número 7 é igual a:

- a)  $2/9$       b)  $1/10$       c)  $1/5$       d)  $9/10$       e)  $9/11$

9. O jogo da Loto consiste em sortear 5 dezenas em 100 dezenas possíveis. Alguém, querendo jogar nessa loteria, pode escolher de 5 até 10 dezenas. Se alguém que escolhe 5 dezenas tem probabilidade  $x$  de ganhar, então quem escolhe 7 dezenas tem que probabilidade de ganhar?

- a)  $7x$       b)  $14x$       c)  $21x$       d)  $28x$       e)  $35x$

10. Uma urna contém 50 bolinhas numeradas de 1 a 50. Sorteando-se uma bolinha, a probabilidade de que o número observado seja múltiplo de 8 é:

- a)  $3/25$       b)  $7/50$       c)  $1/10$       d)  $8/50$       e)  $1/5$

11. Uma moeda é lançada quatro vezes. A probabilidade de que o resultado cara ocorra pelo menos uma vez é:

- a)  $1/4$       b)  $3/16$       c)  $15/16$       d)  $9/16$       e)  $3/4$

12. Um grupo de seis amigos (A, B, C, D, E e F) pretende realizar um passeio em um barco onde só há três lugares. É feito então um sorteio para serem escolhidos os três amigos que ocuparão o barco. A probabilidade de que A seja escolhido e B não seja, é:

- a)  $6/15$       b)  $3/10$       c)  $4/6$       d)  $1/2$       e)  $3/4$

13. (FGV-SP) Com relação ao problema anterior, responda: A probabilidade de A e B serem escolhidos:

- a) é maior que  $2/5$       c) é um número entre  $3/7$  e  $5/7$       e) é 1

- b) é menor que  $1/6$       d) é menor que  $1/4$

14. Uma urna contém apenas 10 bolas. Estas bolas são de diversas cores e apenas 4 são brancas. Sabe-se que as bolas diferem apenas pela cor. Retira-se uma bola, ao acaso, e em seguida retira-se uma segunda bola, sem reposição da primeira. A probabilidade de se obterem duas bolas que não são brancas é:

- a)  $2/15$       b)  $13/15$       c)  $1/3$       d)  $3/5$       e)  $2/9$

15. Um dado honesto tem suas 6 faces numeradas de 1 a 6. Joga-se este dado duas vezes consecutivas. A probabilidade de obter um número par no primeiro lançamento e um número maior ou igual a 5 no segundo lançamento é:

- a)  $1/4$       b)  $1/12$       c)  $1/8$       d)  $2/5$       e)  $1/6$

16. Dois dados são lançados sobre uma mesa. A probabilidade de ambos os dados mostrarem, na face superior, número ímpares é :

- a)  $1/3$       b)  $1/2$       c)  $1/4$       d)  $2/5$       e)  $3/5$

### **Médios**

1. Escolhe-se ao acaso três vértices distintos de um cubo. A probabilidade de que estes vértices pertençam a uma mesma face é:

- a)  $3/14$       b)  $2/7$       c)  $5/14$       d)  $3/7$       e)  $13/18$

2. Escolhem-se aleatoriamente três dos seis vértices de um hexágono regular. Qual a probabilidade de que os vértices escolhidos formem um triângulo equilátero?

3. Um baralho consiste em 100 cartões numerados de 1 a 100. Retiram-se dois cartões ao acaso (sem reposição). A probabilidade de que a soma dos dois números dos cartões retirados seja igual a 100 é:

- a)  $49/4950$       b)  $50/4950$       c) 1%      d)  $49/5000$       e)  $51/4851$

4. Num certo país, 10% das declarações de imposto de renda são suspeitas e submetidas a uma análise detalhada; entre estas verificou-se que 20% são fraudulentas.

Entre as não suspeitas, 2% são fraudulentas.

- a) Se uma declaração é escolhida ao acaso, qual a probabilidade dela ser suspeita e fraudulenta?  
b) Se uma declaração é fraudulenta, qual a probabilidade dela ter sido suspeita?

5. Numa urna são colocadas 60 bolas iguais, numeradas de 1 a 60. A probabilidade de sortearmos, sucessivamente, com reposição, 3 bolas com números que são múltiplos de 5, é:

- a) 8 %      b) 0,8 %      c) 0,08 %      d) 0,008 %      e) 0,0008 %

6. Numa urna foram colocadas 30 bolas: 10 bolas azuis numeradas de 1 a 10, 15 bolas brancas numeradas de 1 a 15 e 5 bolas cinzas numeradas de 1 a 5. Ao retirar-se aleatoriamente uma bola, a probabilidade de obter-se uma bola par ou branca é:

- a)  $29/30$       b)  $7/15$       c)  $1/2$       d)  $11/15$       e)  $13/15$

7. (Unirio) A NASA dispõe de 10 pilotos igualmente preparados e habilitados a serem astronautas, sendo que dois deles são irmãos. Sabendo-se que na próxima viagem do "ônibus espacial" irão a bordo 4 astronautas, qual é a probabilidade de os dois irmãos participarem juntos dessa próxima viagem?

8. (Uelondrina) Devido à ameaça de uma epidemia de sarampo e rubéola, os 400 alunos de uma escola foram consultados sobre as vacinas que já haviam tomado. Do total, 240 haviam sido vacinados contra sarampo e 100 contra rubéola, sendo que 80 não haviam tomado dessas vacinas. Tomando-se ao acaso um aluno dessa escola, a probabilidade dele ter tomado as duas vacinas é

- a) 2%      b) 5%      c) 10%      d) 15%      e) 20%

9. (Mackenzie) As oito letras da expressão "BOA PROVA" são escritas, uma em cada etiqueta de papel. A probabilidade das letras serem sorteadas, sem reposição, uma após a outra, formando essa frase é:

- a)  $1/8!$       b)  $2/8!$       c) 8%      d)  $4/8!$       e)  $8/8!$

10. Consideremos um conjunto de 10 frutas, das quais 3 estão estragadas.

Escolhendo-se aleatoriamente 2 frutas desse conjunto, determinar a probabilidade de:

- a) ambas não estejam estragadas
- b) pelo menos uma esteja estragada

11. Uma gaveta tem 5 pares de meias verdes e 3 pares de meias azuis. São tiradas duas meias ao acaso. Determine a probabilidade de se formar um par com meias de mesma cor é

12. Com seis matemáticos e cinco químicos formam-se comissões de sete pessoas, a probabilidade de uma dessas comissões ser formada por quatro matemáticos e três químicos é  
a)  $3/7$  b)  $2/9$  c)  $4/9$  d)  $5/11$  e)  $6/13$

13. Num jogo de bingo, depois de retirado um determinado número de bolas do globo, na cartela de um apostador restam dois números vagos, quando no globo ainda permanecem 15 bolas. A probabilidade de esse apostador preencher a cartela, nos próximos dois lances, é:  
a) 1 em 30 b) 1 em 225 c) 2 em 210 d) 1 em 29 e) 29 em 210

14. Consideremos uma urna contendo 5 bolas verdes, 3 bolas amarelas e 2 bolas brancas. Consideremos em duas retiradas sucessivas (sem reposição) os seguintes eventos:

$E_1$ : as bolas são da mesma cor;

$E_2$ : as bolas são de cores diferentes;

$E_3$ : a Segunda bola é verde;

com probabilidades  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ . A afirmação correta é:

- a)  $p_1 < p_2 < p_3$
- b)  $p_2 < p_3 < p_1$
- c)  $p_3 < p_2 < p_1$
- d)  $p_1 + p_2 = 1$
- e) n.d.a.

15. (CESGRANRIO-RJ) Três moedas, não-viciadas, são lançadas simultaneamente. A probabilidade de se obterem duas caras e uma coroa é

- a)  $1/8$
- b)  $1/4$
- c)  $5/16$
- d)  $3/8$
- e)  $1/2$

16. Uma urna contém bolas numeradas de 1 a 9. Sorteiam-se, com reposição, duas bolas. A probabilidade de que o número da segunda bola seja estritamente maior do que o da primeira

- a)  $72/81$
- b)  $1/9$
- c)  $36/81$
- d)  $30/81$
- e)  $45/81$

17. Um dado de 6 faces apresenta a seguinte irregularidade: a probabilidade de sair a face dois é o dobro da probabilidade de sair a face um. As probabilidades de saírem as demais faces são iguais a  $1/6$ . Então:

a) a probabilidade de sair a face Um é igual a  $1/3$ .

b) a probabilidade de sair a face Dois é igual a  $2/3$ .

c) a probabilidade de sair a face Um é igual a  $1/12$ .

d) a probabilidade de sair a face Dois é igual a  $2/12$ .

e) n.r.a

### Para Decolar

1. Em uma pesquisa realizada em uma Faculdade foram feitas duas perguntas aos alunos. Cento e vinte responderam "sim" a ambas; 300 responderam "sim" à primeira; 250 responderam "sim" à segunda e 200 responderam "não" a ambas. Se um aluno for escolhido ao acaso, qual é a probabilidade de ele ter respondido "não" à primeira pergunta?

- a)  $1/7$
- b)  $1/2$
- c)  $3/8$
- d)  $11/21$
- e)  $4/25$

2. (Cesgranrio) Uma turma tem 25 alunos, dos quais 40% são meninas. Escolhendo-se, ao acaso, um dentre todos os grupos de 2 alunos que se pode formar com os alunos dessa turma, a probabilidade de que este seja composto por uma menina e um menino é de:

- a)  $1/6$  b)  $1/5$  c)  $1/4$  d)  $1/3$  e)  $1/2$

3. (Pucsp) Um repórter pretende entrevistar apenas 4 dos integrantes de um conjunto musical, composto por 7 rapazes e 5 garotas. A probabilidade de que o grupo selecionado para a entrevista tenha pelo menos um representante de cada sexo é

- a)  $76/99$  b)  $26/33$  c)  $85/99$  d)  $29/33$  e)  $91/99$

4. Numa urna há 9 bolas vermelhas e 1 azul. Em outra urna 4 bolas são azuis e as restantes vermelhas, num total de 10 bolas. Uma bola é retirada, ao acaso, da 1 urna e colocada na 2, sem que veja a sua cor. A seguir, é retirada uma bola da 2 urna. Qual a probabilidade de que está última seja azul?

5. Numa urna são depositadas  $n$  etiquetas numeradas de 1 a  $n$ . Três etiquetas são sorteadas (sem reposição). Qual a probabilidade de que os números sorteados sejam consecutivos ?

- a)  $(n-2)!/n!$  b)  $(n-3)!/n!$  c)  $(n-2)!/(3!n!)$  d)  $((n-2)!3!)/n!$  e)  $6(n-2)(n-1)$

6. Tem-se uma caixa-forte com três fechaduras de segredos diferentes entre si. Tem-se quatro chaves, uma para cada fechadura, com uma delas em duplicata. Escolhendo-se três das quatro chaves, ao acaso, e colocando-se cada uma delas em uma das fechaduras, a probabilidade de abrirmos a caixa nessa tentativa é :

- a)  $1/4$  b)  $1/6$  c)  $1/12$  d)  $1/18$  e)  $1/24$

Gabarito

## Para Casa

Facéis

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$1/2^{20}$	65%	a	d	d	d	e	d	c	a	c	b	d	c	e	c

Médias

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$1/2^{20}$	$1/10$	a	a)2% b)50%	b	c	$2/15$	b	d	a)7/15 b)8/15	50%	d	c	d	c	e	c