II)Derivadas

1) $(f^m)' = m.f^{m-1}.f'$

2) $f = a^g \Rightarrow f' = a^g . g' . \ln a$

3) $f = \log_a x \Rightarrow f' = 1/x. \log_a e$

4) $f = \log_a g \Rightarrow f' = \dfrac{g'}{\ln a}$

5) Dicas:

$$\left(\frac{1}{f}\right)' = -\frac{f'}{f^2}, \quad \left(\frac{1}{f^m}\right)' = -\frac{mf'}{f^{m+1}}, \quad (\sqrt[q]{f})' = \frac{f'}{q\sqrt[q]{f^{q-1}}}$$

6) Não esquecer:
6.1) $(\text{tg } f)' = \sec^2 f . f'$ 6.2) $(\text{sen } f)' = \cos f . f'$ 6.3) $(\cos f)' = -\text{sen} f . f'$

Pontos: Máximos, Mínimos e Inflexão.

1)Para encontra pontos críticos basta fazer $f'(x) = 0$, isto é, os pontos críticos são os valores de x que anulam a derivada da função original.
Pontos críticos são pontos pertencentes ao domínio da função, no qual a derivada é nula ou indefinida naquele ponto.
X_0 é extremante local da função $f \Rightarrow f'(x_0) = 0$
2)Teste da derivada segunda:
Se $f''(x) < 0 \Rightarrow$ x é ponto de máximo
$f''(x) > 0 \Rightarrow$ x é ponto de mínimo
3) x é ponto de inflexão se e somente se $f''(x) = 0$
4) $f'(x) > 0 \Rightarrow$ f é localmente crescente em x
5) Todo extremo relativo é ponto crítico, mas não vale a volta.
6)Vantagem do teste da derivada segunda:
Analisamos o sinal de $f''(x)$ apenas no ponto crítico, enquanto que no teste da derivada primeira temos que analisar o sinal de $f'(x)$ à esquerda e a direita do ponto crítico.

Exemplos:

1) f(x) = $x^{2/3}$ 2) f(x) = x / $(x+1)^2$ 3) f(x) = x^2 + 16/x em x>0

Questões da ANPEC:

13/1998

Classifique como verdadeira ou falsa cada uma das afirmativas sobre a função

$$f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2-14x+7 \ ; \ x\in\Re:$$

V(0) Apresenta ponto de inflexão para *x=2,5*

F(1) Apresenta ponto de máximo para *x = 5*

V(2) Apresenta ponto de mínimo local para *x = 7*

F(3) Apresenta descontinuidade em *x=2,5*

Questão 2/1998

Identifique quais das afirmativas abaixo sobre a função *y*: $\Re \to \Re$ definida por $y(x)=|x|e^{-2|x|}$ são verdadeiras e quais são falsas;

F(0) $\int_{-\infty}^{+\infty} y(x)dx = 1$

V(1) ***y*** possui um único ponto de mínimo global;

F(2) ***y*** possui um único ponto de máximo global;

V(3) $\lim_{x\to 0}\frac{dy(x)}{dx}$ não existe.

QUESTÃO 15 /1999

Classifique como verdadeira ou falsa cada uma das afirmativas sobre a função

$$f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2-14x+7 \ ; \ x\,\hat{I}\,R:$$

V(0) Apresenta ponto de inflexão para *x=2,5*

F(1) Apresenta ponto de máximo local para *x = 5*

F(2) Apresenta ponto de mínimo local para *x = 9*

F(3) Apresenta descontinuidade em *x=2,5*

Questão 7 - 2000

(4)Os pontos de inflexão de $f(x) = \frac{x^3}{6} + 2\,\text{sen}(x) - x\cos(x)$ no intervalo $[-2p, 2p]$ são $-p, 0, p$. V

Questão 2 – 20001

A respeito da função $f: R \to R$ definida por $f(x) = x^3 e^{-|x|}$, responda V (verdadeiro) ou F (falso):

V A função f possui um ponto de máximo global;
V A função f possui um ponto de mínimo global;
F A função f possui quatro pontos de inflexão;
V Para todo $r \in R$ tem-se $\int_{-r}^{r} f(x)dx = 0$;
F A função f possui um ponto de mínimo local no ponto $x = 0$.

QUESTÃO 12/2001

A respeito da função $f: R^2 \to R$, definida por $f(x, y) = (x + y)\, e^{-(x+y)}$, assinale V (verdadeiro) ou F (falso):

V Essa função não possui ponto de mínimo global;
V Os pontos de máximo global de f formam uma reta;
F O valor máximo de f é superior a 1 (um);
V $\int_0^\infty \int_0^\infty f(x, y)\, dx\, dy = 2$;
V $\lim_{x \to +\infty} f(x, y) = 0$ para todo y fixado.

QUESTÃO 04/2002

Assinale V (verdadeiro) ou F(falso):

V Seja $f(x)=\begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$; então $f'(0)= f''(0)=0$.

F A função $f:\Re_+ \rightarrow \Re$ definida por $f(x)=\frac{\ln(x)}{x}$, é sempre decrescente.

F A função definida no item é côncava no intervalo $(0,1)$ e convexa no intervalo $(1,\infty)$.

V Se $f:\Re_+ \rightarrow \Re$ é uma função diferenciável, estritamente crescente, estritamente côncava e com $f(0)=0$, então *f* apresenta elasticidade menor do que 1 em todo o seu domínio.

V A função $f:(0,2p) \rightarrow \Re$ definida por $f(x)=\cos(x)$ apresenta o dobro de pontos de inflexão apresentados por $f'(x)$.