

VII) Derivação com Respeito ao Limite Superior de Integração

$$F(x) = \int_{\text{constante}}^{r(x)} f(t)dt \Rightarrow F'(x) = \frac{d \int_{\text{constante}}^{r(x)} f(t)dt}{dx} = f(r(x)) \cdot \frac{dr(x)}{dx}$$

Exemplos:

$$F(x) = \int_e^x \frac{1}{1 + \sin^2 t} dt \Rightarrow F'(x) = \frac{1}{1 + \sin^2 x}$$

$$F(x) = \int_{-5}^{\sin x + e^x} \frac{1}{1 + t^4} dt \Rightarrow F'(x) = \frac{1}{1 + (\sin x + e^x)^4} \cdot (\cos x + e^x)$$

Questões da ANPEC:

Questão 8/1998

A função $y: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ definida por

$$y(x) = \int_x^{4x^2} 3\sqrt{t} dt$$

Calcule $\frac{dy}{dx}$ para $x = 1$.

Resposta: 69

QUESTÃO 04/2000

Se $f: [0,1] \rightarrow \mathfrak{R}$ é uma função contínua tal que $\int_0^x f(t)dt = \int_x^1 t^2 f(t)dt + \frac{x^6}{6} + \frac{x^8}{8} - \frac{c}{24}$, calcule o valor da constante c .

Resposta: 3

VIII) Derivação Implícita e Diferencial Exata

$$1) x^2 - 2y^2 + 3z^2 - yz + y = 0$$

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial X} dX + \frac{\partial Z}{\partial Y} dY, \text{ onde: } \frac{\partial Z}{\partial X} = -\frac{F_x}{F_z} \text{ e } \frac{\partial Z}{\partial Y} = -\frac{F_y}{F_z}$$

$$dZ = \frac{-2x dx}{6z - y} + \frac{4y + z - 1}{6z - y} dy$$

2)

$$u = x^{y^2z}$$

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz, \text{ onde: } \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_u}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_u} \text{ e } \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{F_z}{F_u}$$

$$du = y^2 z \cdot x^{y^2z-1} dx + x^{y^2z} \cdot \ln x \cdot 2yz dy + \ln x \cdot x^{y^2z} \cdot y^2 dz$$

Questões da ANPEC:

QUESTÃO 7/1999

Suponha que y seja definido implicitamente pela equação

$$y^2 = \frac{1}{y} + 2$$

Determine o valor absoluto de $\frac{dy}{dn}$ quando $y = -2$.

Resposta: 04

QUESTÃO 8/1999

Tem-se uma curva de demanda de elasticidade constante,

$$qp^x = 800$$

onde q e p são variáveis não-negativas e têm os significados usuais. Se a oferta é fixa em 100 unidades e a elasticidade da demanda é $-1,5$, qual é o preço de equilíbrio de mercado?

Resposta: 04

QUESTÃO 9/1999

Tem-se a seguinte função de produção

$$z = f(x, y, w) = x^2 + x(w - y) + wy$$

Em um ponto em que as Produtividades Marginais de x e de y são 3 e 1 respectivamente, qual deve ser a quantidade de w para que a produção total seja 4?

Resposta: $w=2$

Questão 2 – 2000

V (3) $y = \frac{16}{9}x + \frac{22}{9}$ é a reta tangente à curva $x^3 + y^3 + 100 = 18(x+1)y$ no ponto $(x, y) = (2, 6)$;