I)Distribuições de Probabilidade

I) Distribuição Normal (Distribuição Contínua)

É uma distribuição contínua de média m e variância s^2, isto é, se a variável aleatória x segue a distribuição normal, temos: $x \sim N(m, s^2)$.
Para $m = 0$ e $s^2 = 1$ encontramos a variável aleatória padronizada $Z \sim N(0,1)$.
É possível relacionar uma distribuição normal qualquer $X \sim N(m, s^2)$ à distribuição normal padrão:

$$Z = \frac{X - m}{s}.$$

A distribuição normal é simétrica (assimetria=0) e mesocurtica (curtose=3)

II) Distribuição c^2 (Distribuição Contínua)

A distribuição c^2 com K graus de liberdade é definida como a soma dos quadrados de n variáveis aleatórias com distribuição normal padrão:

$Z = \sum_{i=1}^{K} Z_i^2$, sendo $Z_1, Z_2, \ldots\ldots Z_k$ v.a normais padronizadas independentes.

Média = K e Variância = 2K
Para poucos g.l. é assimétrica àdireita.
Para mais de 100 g.l. se parece com a normal padronizada.
É muito utilizada quando o objetivo é testar variâncias de v.a.

III) A distribuição F de Snedecor (Distribuição Contínua)

É definida pelo quociente de duas v.a. independentes e normalmente distribuídas.
Dadas duas v.a. independentes y_1 e y_2: $y_1 \sim c^2_{n1}$ e $y_2 \sim c^2_{n2}$, temos:

$F = \dfrac{y_1 / n1}{y_2 / n2}$ tem distribuição F com n_1 e n_2 g.l.

F é assimétrica àdireita, mas se aproxima da distribuição normal a medida que n_1 e n_2 aumentam

É utilizada, em geral, quando o objetivo é testar uma hipótese envolvendo dois ou mais parâmetros, com é o caso de modelos de regressão Múltipla.

III) A distribuição t de Student (Distribuição Contínua)

Dadas duas v.a. independentes Z e Y, Z ~ N(0,1) e Y~ c_n^2 , a v.a.

$X = \frac{Z}{\sqrt{Y/n}}$ tem uma distribuição t com n g.l.

A distribuição t é mais achatada que a normal
A distribuição t tem média= 0 e Variância = K/(K-2)
Quando se utilizam amostras não se conhece, em geral, a variância que também é estimada.
Nesses casos, utiliza-se a distribuição t que tem formato similar a da normal.

V)Distribuição Binomial (Distribuição Discreta)

$$P(X) = \binom{n}{X} p^X .(1-p)^{n-X}$$

1) n repetições de um experimento de Bernoulli
2) as repetições são independentes e com reposição
3) cada experimento tem dois resultados possíveis que são mutuamente exclusivos
4) Tende a distribuição normal quando o número de provas independentes de Bernoulli cresce
5) E(x) = n . p s^2 = n.p.q, sendo q = 1- p e
 n = número de repetições.
6) A distribuição de Bernoulli tem E(x) = p e
 s^2 = p.q (olhar afirmativa1)

VI) Distribuição Hipergeométrica (Distribuição Discreta)

Amostragem feita sem reposição

$$P(X \mid N, X_T, n) = \frac{\binom{N - X_T}{n - X}\binom{X_T}{X}}{\binom{N}{n}}$$

$$E(X) = np = n.\left(\frac{r}{N}\right)$$

$$Var(X) = npq.\frac{N-n}{N-1}$$

VII) Distribuição de Poisson (Distribuição Discreta)

$$P(X \mid l) = \frac{l^X .e^{-l}}{X!}$$

E(x)= l
Var(X)= l

VIII) Geométrica

P(x = k) = $(1\text{-}p)^{k-1}.p$

E(x)= 1/p   e Var (x) = (1-p)/ p^2

É uma seqüência de ensaios de Bernoulli independentes com probabilidade de sucesso igual a p.

IX) Exponencial   (Distribuição Contínua)

$$E(X) = \frac{1}{l}$$

$$Var(X) = \frac{1}{l^2}$$

X) Distribuição uniforme (Distribuição Contínua)
A f.d.p. (função densidade de probabilidade) de uma v.a. uniforme é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, a \le x \le b \\ 0, \text{caso contrário} \end{cases}$$

E(x) = (a+b)/2 e Var (x)= $(b-a)^2/12$

Testes da ANPEC:

QUESTÃO 5/1998

Verifique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas.

(0) A variável aleatória "*t*" é definida como $\frac{Z}{\sqrt{c^2_{n-1}/(n-1)}}$, onde *Z* tem distribuição normal-padrão e c^2 é uma distribuição qui-quadrado com (*n* - 1) graus de liberdade. V

(1) A distribuição "*t*" de Student tem média igual a (*n* - 1) e variância igual a (*n* - 1)/(*n* - 3). F

(2) A distribuição de uma razão de duas variáveis aleatórias qui-quadrado independentes, divididas cada uma pelo seu respectivo número de graus de liberdade, é chamada de distribuição "*F*". V

(3) A estatística "*F*" pode ser utilizada para verificar a igualdade de duas variâncias provenientes de duas populações quaisquer. F

QUESTÃO 11/1999

Podemos afirmar que:

(0) A distribuição qui-quadrado muda de forma de acordo com o tamanho da amostra. Para amostras pequenas, a distribuição se inclina para a direita assimetricamente e torna-se cada vez mais simétrica àmedida que o tamanho da amostra cresce. V

(1) A distribuição "*t*" é sempre simétrica com média zero e à medida que o tamanho da amostra aumenta, a distribuição "*t*" aproxima-se da distribuição normal padrão. V

(2) A distribuição "*F*" é uma razão entre duas variáveis aleatórias "*t*" independentes, cada uma delas dividida pelo respectivo número de graus de liberdade. F

(3) A distribuição normal apresenta dois pontos de inflexão na sua função de densidade de probabilidade $f(x)$ nos pontos $x = \mu - 2.s$ e $x = \mu + 2.s$, onde μ é a média e s o desvio padrão. F

(4) Se X é uma variável aleatória uniforme com a seguinte função de densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} k & \text{se } a < x < b \\ 0 & \text{quaisquer outros valores.} \end{cases}$$

então $k = b - a$. F

QUESTÃO 12/1999

Sobre as distribuições de probabilidade podemos afirmar que:

F (0) Na distribuição Binomial não é possível contar as não-ocorrências do evento e a média e a variância são iguais ao parâmetro da distribuição.

F (1) As características da distribuição de Poisson são:
- (i) *n* repetições de um experimento de Bernoulli;
- (ii) as repetições são independentes;
- (iii) cada experimento tem dois resultados possíveis que são mutuamente exclusivos;

(iv) a distribuição de probabilidade é definida como $P(X = x) = \binom{n}{x} . p^x . q^{n-x}$, x = 1, 2, …, n, onde n = número de repetições do experimento, p = probabilidade de ocorrência de sucesso e q = 1 - p.

V (2) A média de uma distribuição Geométrica é 1/p, onde p = probabilidade de ocorrência de sucesso.

V (3) Um levantamento junto ao Setor de Contabilidade de uma loja de departamentos mostrou que 30% dos clientes pagam suas mensalidades com atraso. Se em certo dia selecionarmos ao acaso 10 pessoas que pagaram suas dívidas mensais, a probabilidade de no máximo um cliente ter pago com atraso é aproximadamente 15%.

QUESTÃO 12/2000

Dados os seguintes enunciados, é correto afirmar que:

(0) A Lei Fraca dos Grandes Números diz que: dada uma variável aleatória com distribuição arbitrária e média e variância finitas, a média amostral obtida a partir de uma amostra aleatória de tamanho n terá distribuição Normal. F

(1) Se X_1, X_2, ..., X_n são variáveis aleatórias independentes, com distribuição Poisson(θ), $\theta > 0$, então, para n "grande", é válida a seguinte aproximação:

$\sqrt{n}\,(\bar{X} - \theta) / \theta \sim N(0,1)$, em que $\bar{X}$ é a média amostral. F

(2) Se X_1, X_2, ..., X_n são variáveis aleatórias independentes, com distribuição Normal(μ,σ^2), $\sigma^2 > 0$, então, para qualquer tamanho de n, $\sqrt{n}\,(\bar{X} - \mu) / \sigma \sim$ Normal(0,1), em que $\bar{X}$ é a média amostral. V

QUESTÃO 13/2001

Sabe-se que certa característica de uma população tem distribuição Qui-quadrado com 18 graus de liberdade. Tendo sido extraída uma amostra de 25 elementos desta população, estime a probabilidade de que a média amostral $\overline{X}$ esteja no intervalo $15 \leq \overline{X} \leq 21$. Use a tabela da distribuição Normal em anexo. Resposta em percentagem, aproximando para o inteiro superior mais próximo.   Resposta=99

QUESTÃO 14/2001

Seja X uma variável aleatória contínua, com função densidade de probabilidade dada por $f(x) = \frac{1}{2},\ 1 \leq X \leq 3$. Determine o valor da mediana dessa distribuição. Resposta =02

QUESTÃO 07/2002

Em relação às distribuições de probabilidade discretas:

F   Uma variável aleatória X com distribuição binomial de parâmetro *p*, baseada em *n* repetições, aproxima-se de uma Poisson quando $n \to \infty$ e *p* permanece constante.

V   Uma variável aleatória Y, definida como o número de repetições necessárias para a primeira ocorrência de A, tem distribuição Geométrica, desde que as repetições sejam independentes e que P(A) = p e $P(A^C)$ = 1-p.

F   Pode-se utilizar a distribuição Binomial para, por exemplo, calcular a probabilidade de se encontrar k peças defeituosas em um lote de n peças selecionadas ao acaso, sem reposição.

V   Se uma variável aleatória segue uma distribuição Hipergeométrica, sua distribuição será próxima da Binomial se o tamanho da população for grande em relação ao tamanho da amostra extraida .

V   Se Z tiver distribuição de Poisson com parâmetro a, então, E(Z) = V(Z) = a .

QUESTÃO 08/2002

Em relação às distribuições de probabilidade contínuas:

V Se X tem distribuição Normal(m, s^2), então a função densidade de probabilidade de X, f(x), atinge o seu valor máximo quando x = m e nesse ponto $f(x) = \dfrac{1}{s\sqrt{2p}}$.

F Se X tem distribuição Uniforme no intervalo [0,a], a>0, então, a tem que ser igual a 4/3 para que P(X > 1) = 1/3.

F A distribuição t de Student assemelha-se à Normal padrão, N(0,1), mas possui caudas mais pesadas, quando n, o tamanho da amostra, é maior do que 30.

V Se uma variável aleatória contínua tem função de distribuição

$$\begin{aligned} F(x) &= 1 - e^{-x} \quad \text{se } x \geq 0 \\ &= 0 \quad\quad\quad\;\; \text{se } x < 0 \end{aligned}$$

então a função densidade de probabilidade de X será

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{-x} \quad \text{se } x \geq 0 \\ &= 0 \quad\;\;\; \text{se } x < 0. \end{aligned}$$

F A variável aleatória Z tem distribuição Lognormal se e somente se exp (Z) tiver distribuição Normal.

QUESTÃO 13/2002

Suponha que a função densidade de probabilidade conjunta da variável aleatória bidimensional (X,Y) seja uniformemente distribuída na região de domínio,

$$f(x, y) = kx(x - y) \quad 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2$$

Encontre E(X). Multiplique a resposta por 10 e transcreva somente a parte inteira do número encontrado.   Resposta=20
